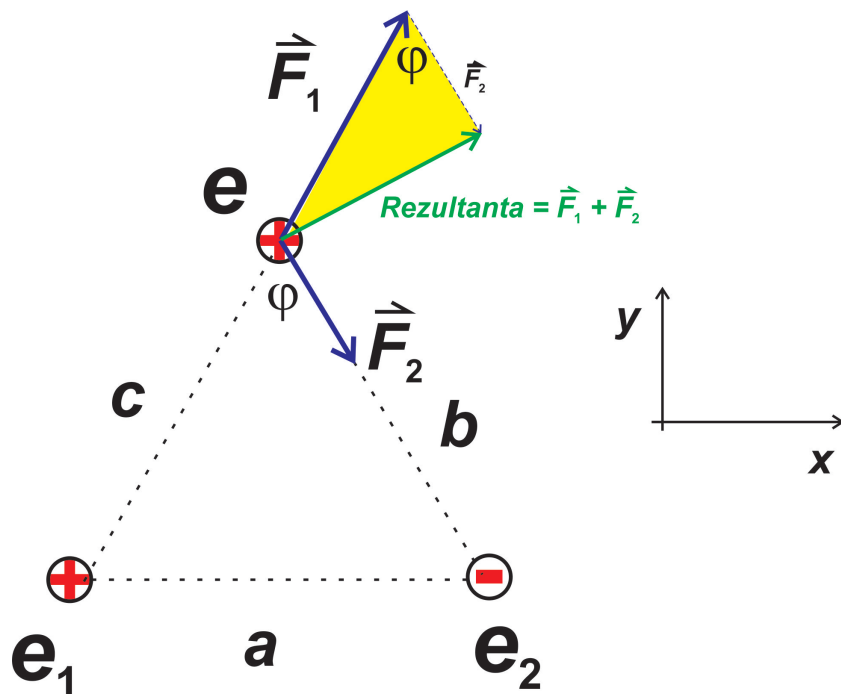


1. **naloga:** Kroglici z naboje  $e_1$  ( $2,1 \cdot 10^{-5}$  As) in  $e_2$  ( $-1,3 \cdot 10^{-5}$  As) sta razmaknjeni za  $a$  (6 cm). Kolikšna je električna sila  $F_e$  na naboj  $e$  ( $5,0 \cdot 10^{-6}$  As), ki je v točki, ki je od  $e_2$  oddaljena za  $b$  (6 cm) od  $e_1$  pa za  $c$  (6 cm)?

Rešitev:



Na sliki so narisani naboji. Ležijo v ogliščih enakokrakega trikotnika. Velikost sil  $\vec{F}_1$  in  $\vec{F}_2$  izračunamo iz:

$$F_1 = \frac{e_1 e_3}{4 \pi \epsilon_0 c^2} = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \text{ As} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,06 \text{ m})^2} = 261 \text{ N}$$

in

$$F_2 = \frac{|e_2| e_3}{4 \pi \epsilon_0 b^2} = \frac{1,3 \cdot 10^{-5} \text{ As} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,06 \text{ m})^2} = 161 \text{ N}.$$

Negativni predznak naboja  $e_2$  upoštevamo tako, da na sliki pravilno narišemo smer sile  $\vec{F}_2$ .

Sili  $\vec{F}_1$  in  $\vec{F}_2$  moramo sešteti kot vektorja. Kako to storimo grafično, vidimo na sliki. Dobimo rezultanto  $\vec{R}$ , ki je vektorska vsota  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Velikost rezultante  $R$  najhitreje izračunamo z uporabo kosinusnega izreka (rumen trikotnik, kot  $\varphi = 60^\circ$ , ker daljice  $a$ ,  $b$  in  $c$  tvorijo enakostranični trikotnik), ki pravi:

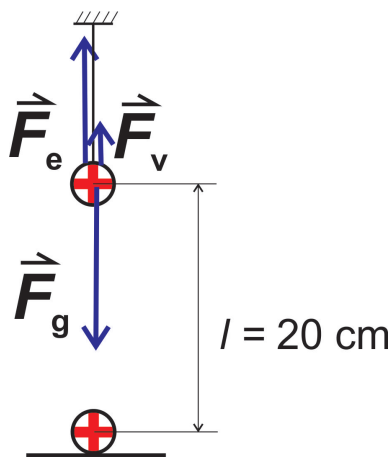
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cos \varphi,$$

od kod sledi

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cos \varphi} = \sqrt{(261 \text{ N})^2 + (161 \text{ N})^2 - 2 \cdot 261 \text{ N} \cdot 161 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ} = 228 \text{ N}.$$

2. **naloga:** Kroglica z maso  $m = 144$  g in nabojem  $e = 2,5 \mu\text{As}$  visi na vrvi. 20 cm pod njo ( $l = 20$  cm) je pritrjena druga kroglica, ki je enako naelektrena kot prva. Kolikšna je sila ( $F_v$ ) v vrvi?

Rešitev:



Na obešeno kroglico delujejo tri sile:

$$F_g = m g = 0,144 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 1,413 \text{ N},$$

$$F_e = \frac{e_1 e_2}{4 \pi \epsilon_0 l^2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-6} \text{ As} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,2 \text{ m})^2} = 1,397 \text{ N}$$

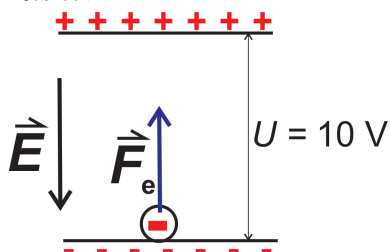
in sila vrvice  $\vec{F}_v$ , kakor je narisano na sliki. Obešena kroglica miruje, zato je vsota sil nanjo enaka 0 in:

$$F_v = F_g - F_e = 1,413 \text{ N} - 1,397 \text{ N} = 16 \text{ mN}.$$

Sila v vrivici je 16 mN.

3. **naloga:** Med ploščama kondenzatorja je napetost  $U = 10 \text{ V}$ . Tik ob negativni plošči pride do ionizacije atoma in sproščeni elektron poleti proti pozitivni plošči. S kolikšno hitrostjo  $v$  trči v pozitivno ploščo? Začetna hitrost elektrona je zanemarljiva, masa je  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , naboj elektrona pa je  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ . Prostor med ploščama je skoraj prazen, tako da elektron na svoji poti ne trči v noben atom.

Rešitev:



Nalogo lahko rešimo vsaj na dva načina: s silami in kinematiko ali z uporabo energijskega zakona.

Poiščimo rešitev najprej z uporabo električne sile in znanja kinematike (enakomerno pospešeno gibanje)!

Električna sila, ki deluje na elektron v smeri proti pozitivni plošči, je po velikosti enaka:

$$F_e = e_0 E = e_0 \frac{U}{d}.$$

Z  $d$  smo označili razdaljo med ploščama. Te ne poznamo. Električno polje  $E$  med ploščama pa je enako  $U/d$ . Teža elektrona je v primerjavi z električno silo zanemarljiva, zato je ne upoštevamo v računu.

Sila  $F_e$  dá elektronu pospešek

$$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{e_0 U}{m_e d}.$$

Spomnimo se zveze med hitrostjo in opravljeno potjo v primeru enakomerno pospešenega gibanja:  $v^2 = 2ax$ , kjer je  $x$  opravljena pot. V našem primeru nas zanima hitrost, ko elektron opravi pot  $x = d$ , zato:

$$v = \sqrt{2 \frac{e_0 U}{m_e d}} = \sqrt{\frac{2 e_0 U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Še premislek o enotah:  $\text{As} \cdot \text{V} = \text{J} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$ . Kilogrami se pokrajšajo, po korenjenju ostane enota  $\text{m/s}$ .

Odgovor: Elektron trči v pozitivno elektrodo s hitrostjo  $1,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .

Rešimo isto nalogo še na drug način, z energijo. Ko naboj (elektron) prepotuje razdaljo med točkama med katerima je napetost  $U$ , se mu zmanjša (ali poveča) električna energija za  $W_e = eU$ . V našem primeru elektron (= negativni naboj) potuje proti pozitivni plošči, zato se mu električna energija zmanjša za:

$$W_e = e_0 U = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}.$$

Na račun tega pridobi kinetično energijo  $W_k = W_e = \frac{mv^2}{2}$ , zato:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_e}{e}} = \sqrt{\frac{2 e_0 U}{m_e}} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Vidimo, da smo dobili enak izraz za izračun hitrosti elektrona, kakor pri računu po prvem načinu.

4. **naloga:** Kolikšna je napetost  $U$  na  $l = 500 \text{ m}$  dolgem aluminijastem vodniku, po katerem teče tok  $I = 15 \text{ A}$ ? Specifični upor aluminija je  $\zeta = 0,026 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ , premer žice pa je  $2r = 4,2 \text{ mm}$ .

Rešitev:

Napetost izračunamo po Ohmovem zakonu

$$U = IR,$$

pri čemer pa najprej izračunamo upor žice, za katero poznamo geometrijske podatke in specifični upor.

Upor žice je

$$R = \frac{\zeta l}{S} = \frac{\zeta l}{\pi r^2} = \frac{0,026 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m} \cdot 500 \text{ m}}{\pi \cdot (2,1 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 0,928 \Omega.$$

In napetost

$$U = IR = 15 \text{ A} \cdot 0,928 \Omega = 14 \text{ V}.$$

Odgovor: Napetost na vodniku je  $14 \text{ V}$ .

5. **naloga:** V varovalko, ki je pri temperaturi  $T_0 = 10^\circ \text{C}$ , je vgrajena žica s presekom  $S = 0,02 \text{ mm}^2$ , specifičnim uporom  $\zeta = 0,022 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ , s specifično toploto  $c = 200 \text{ J}/(\text{kg K})$ , tališčem  $T_t = 230^\circ \text{C}$ , talilno toploto  $q_t = 1,26 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$  in gostoto  $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$ . Ocenite, v kolikšnem času se stali, če teče po njej tok  $I = 20 \text{ A}$  in se navedene količine ne spreminjajo s temperaturo.

Rešitev:

Žičko v varovalki obravnavamo kakor Ohmski upor na katerem s sprošča toplota:

$$Q = Pt = UI t = RI^2 t = \frac{\zeta l}{S} I^2 t.$$

Za upor žice  $R$  smo vstavili  $R = \frac{\zeta l}{S}$ . V zgornji enačbi ne poznamo časa  $t$  in dolžine žičke  $l$ . Videli bomo, da se dolžina  $l$  v nadaljnjem računu pokrajša, čas  $t$  pa tako ali tako iščemo.

Toplota  $Q$ , ki smo jo zgoraj izrazili s tokom, se porablja najprej za segrevanje žičke  $mc\Delta T$ , potem pa še za taljenje  $mq_t$ . Pri tem je masa žičke  $m = Sl\rho$  in  $\Delta T = 220 \text{ K}$ , to je razlika od začetnih  $10^\circ \text{C}$  do tališča pri  $230^\circ \text{C}$ . V celoti torej rabimo  $Q = mc\Delta T + mq_t = m(c\Delta T + q_t) = Sl\rho(c\Delta T + q_t)$ , da žico segrejemo in stalimo.

Izenačimo toploto, ki se sprosti zaradi toka, ki teče po varovalki, s toploto, ki je potrebna, da se žička stali:

$$\frac{\zeta l}{S} I^2 t = S l \rho (c \Delta T + q_t)$$

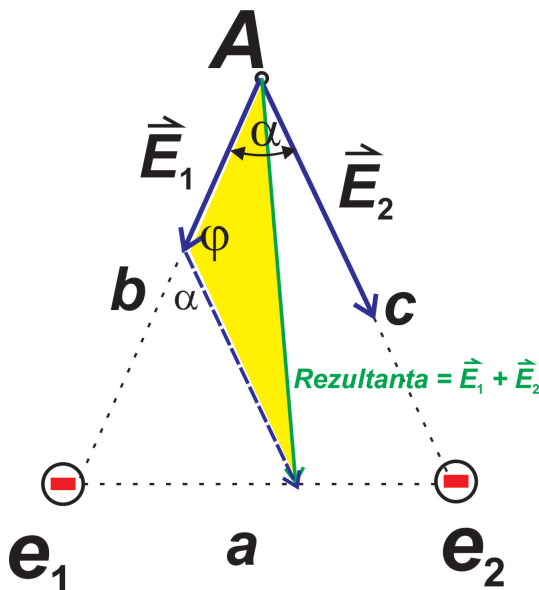
in iz enačbe izrazimo ter izračunamo čas  $t$

$$t = \frac{S^2 \rho (c \Delta T + q_t)}{\zeta I^2} = \frac{(0,02 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)^2 \cdot 6500 \text{ kg/m}^3 \cdot (200 \text{ J/(kg K)} \cdot 220 \text{ K} + 1,26 \cdot 10^5 \text{ J/kg})}{0,022 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}^2/\text{m} \cdot (20 \text{ A})^2} = 50 \text{ ms}.$$

Enote preverimo tako, da enoto J v oklepaju števca izpišemo kot  $\text{J} = \text{W s} = \text{A V s}$ . V imenovalcu upoštevamo, da je  $\Omega = \text{V/A}$ . Po (dolgotrajnem!) krajšanju ostane le sekunda v števcu.

1. **naloga:** Kroglici z nabojema  $e_1$  ( $-2 \cdot 10^{-6}$  As) in  $e_2$  ( $-3 \cdot 10^{-6}$  As) sta razmaknjeni za  $a$  (4 cm). Kolikšna je jakost električnega polja  $E$  v točki, ki je od  $e_2$  oddaljena za  $b$  (6 cm) od  $e_1$  pa za  $c$  (6 cm)?

Rešitev:



Točkasti naboj  $e_1$  v točki  $A$ , ki je za  $b = 6$  cm oddaljena od njega, ustvari električno polje

$$E_1 = \frac{e_1}{4\pi\epsilon_0 b^2} = \frac{-2 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,06 \text{ m})^2} = -4,97 \cdot 10^6 \text{ V/m}.$$

Negativni predznak nas spomni, da električno polje  $\vec{E}_1$  kaže v smeri kakor smo narisali na sliki, to je proti negativnemu naboju  $e_1$ .

Podobno izračunamo električno polje v točki  $A$ , ki ga ustvarja naboj  $e_2$ :

$$E_2 = \frac{e_2}{4\pi\epsilon_0 c^2} = \frac{-3 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,06 \text{ m})^2} = -7,45 \cdot 10^6 \text{ V/m}.$$

Nekoliko več dela bo z računanjem vsote  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Velikost rezultante, narisane z zeleno na zgornji sliki, dobimo po kosinusnem izreku, ki ga uporabimo za rumen trikotnik:

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 - 2|E_1||E_2|\cos\varphi.$$

Preden v zadnjo enačbo vstavimo številke moramo še izračunati kot  $\varphi$ . S slike vidimo, da je  $\varphi = 180^\circ - \alpha$ . Kot  $\alpha$  pa izračunamo iz trikotnika s stranicami  $a$ ,  $b$  in  $c$  po uporabi kosinusnega izreka:

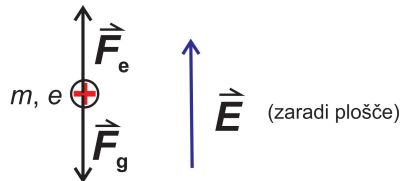
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha.$$

Dobimo  $\alpha = 38,9^\circ$ ,  $\varphi = 141,1^\circ$  in nazadnje

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = \sqrt{|E_1|^2 + |E_2|^2 - 2|E_1||E_2|\cos\varphi} = 11,7 \cdot 10^6 \text{ V/m}.$$

2. **naloga:** Kroglica z maso  $m = 3,1 \text{ g}$  lebdi nad vodoravno ploščo, ki je enakomerno naelektrena s ploskovno gostoto naboja  $\sigma = 3,4 \mu\text{As}/\text{m}^2$ . Kolikšen je naboj  $e$  na kroglici? Silo vzgona v zraku zanemarimo.

Rešitev:



Električno polje okoli enakomerno naelektrene plošče je

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{3,4 \cdot 10^{-6} \text{ As}/\text{m}^2}{2 \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}} = 191 \text{ kV}/\text{m}.$$

V tem polju se nahaja kroglica. Nanjo deluje električna sila  $F_e = e E$ . Da bo kroglica mirovala, mora biti vsota sil nanjo enaka nič, torej električna sila nasprotno enaka teži kroglice:

$$F_e = e E = m g.$$

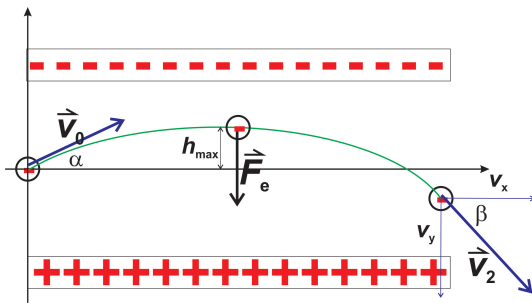
Nazadnje izrazimo naboj kroglice

$$e = \frac{m g}{E} = \frac{3,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m}/\text{s}^2}{191 \cdot 10^3 \text{ V}/\text{m}} = 0,16 \mu\text{As}.$$

Enote smo pokrajšali tako, da smo v števcu  $\text{kg m}^2/\text{s}^2$  zamenjali z  $\text{A V s}$ , saj je oboje enako enoti za delo ali energijo, J.

3. **naloga:** Vodoravni plošči kondenzatorja sta razmaknjeni za  $h = 2 \text{ cm}$ . Zgornja je naelektrena negativno, spodnja pa pozitivno. Na sredini kondenzatorja vstopi v električno polje elektron s hitrostjo  $v_0 = 1,7 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  pod kotom  $\alpha = 38^\circ$  na vodoravnico. Kolikšno napetost  $U$  moramo priključiti na plošči kondenzatorja, da bo elektron izstopil pod kotom  $\beta = -50^\circ$ ? Dolžina plošč kondenzatorja je  $b = 12 \text{ cm}$ .

Rešitev:



Hitrost elektrona razstavimo v vodoravno in navpično komponento.

V vodoravni smeri je gibanje enakomerno. Ker poznamo dolžino kondenzatorja (ta je enaka dolžini poti v vodoravni smeri), lahko izračunamo koliko časa traja prelet elektrona skozi kondenzator:

$$t = \frac{b}{v_x} = \frac{b}{v_0 \cos \alpha} = \frac{0,12 \text{ m}}{1,7 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot \cos 38^\circ} = 8,96 \cdot 10^{-9} \text{ s}.$$

V navpični smeri ima elektron na začetku hitrost

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 1,7 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot \sin 38^\circ = 1,05 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Med preletom elektrona skozi kondenzator deluje na elektron sila  $F_e = e_0 E = e_0 \frac{U}{h}$ , kjer je  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$  osnovni naboj (dejstvo, da je naboj elektrona negativen, smo upoštevali pri smeri narisane sile  $\vec{F}_e$  na sliki), in  $E = \frac{U}{h}$  električno polje med ploščama kondenzatorja, med katerima je napetost  $U$ . Na elektron deluje v navpični smeri tudi teža, a je ta veliko manjša od električne sile  $\vec{F}_e$  in jo smemo zanemariti.

Naloga zahteva, da bo hitrost elektrona v navpični smeri po preletu skozi kondenzator, enaka:

$$v_y = -v_2 \sin \beta. \quad (1)$$

Negativni predznak smo dodali, ker mora biti smer hitrosti  $v_y$  nasprotna od začetne  $v_{0y}$ . Hitrosti  $v_2$  ne poznamo, a jo lahko izračunamo, saj vemo, da je vodoravna komponenta hitrosti ves čas enaka  $v_x = v_0 \cos \alpha$ . In je takšna tudi na koncu. Zato velja:

$$v_x = v_2 \cos \beta$$

in

$$v_2 = \frac{v_x}{\cos \beta} = \frac{v_0 \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{1,7 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot \cos 38^\circ}{\cos 50^\circ} = 2,08 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Zdaj lahko iz enačbe (1) izračunamo končno hitrost v navpični smeri:

$$v_y = -2,08 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot \sin 50^\circ = -1,60 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Hitrost v navpični smeri se ob konstantnem pospešku  $a_y$ , ki ga povzroča konstantna sila  $F_e$  spreminja kakor

$$v_y = v_{0y} - a_y t.$$

Izrazimo pospešek

$$a_y = \frac{v_{y0} - v_y}{t} = \frac{1,05 \cdot 10^7 \text{ m/s} - (-1,60 \cdot 10^7 \text{ m/s})}{8,96 \cdot 10^{-9} \text{ s}} = 2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

Ta vmesni rezultat kaže, da smemo upravičeno zanemariti težo elektrona. Zaradi teže bi bil pospešek v navpični smeri le 10 m/s. Očitno za opisani tir elektrona skozi kondenzator potrebujemo veliko večji pospešek.

Zdaj lahko izračunamo tudi silo  $F_e$  v navpični smeri:

$$F_e = m_e a_y = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 = 2,7 \cdot 10^{-15} \text{ N}.$$

In nazadnje iz  $F_e = e_0 \frac{U}{h}$  še napetost

$$U = \frac{F_e h}{e_0} = \frac{2,7 \cdot 10^{-15} \text{ N} \cdot 0,02 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}} = 340 \text{ V}.$$

O enotah premislimo tako: N m v števcu je enak J, ki ga lahko izrazimo tudi kot J = A V s. Amper in sekunda se pokrajšata, ostane volt V.

Prepičajmo se še, da se elektron na poti skozi kondenzator ne zaleti v zgornjo ploščo kondenzatorja! Da se to ne bi zgodilo, mora biti  $h_{max}$  na sliki manjši od 1 cm.

Ko elektron ob času  $t'$  doseže največjo višino  $h_{max}$ , je njegova hitrost v navpični smeri  $v_y$  enaka nič

$$0 = v_{y0} - a_y t'.$$

Sledi

$$t' = \frac{v_{y0}}{a_y} = \frac{1,05 \cdot 10^7 \text{ m/s}}{2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2} = 3,55 \cdot 10^{-9} \text{ s}.$$

Odmik v navpični smeri ob času  $t'$  izračunamo po

$$h_{max} = v_{y0} t' - \frac{a_y t'^2}{2} = 1,05 \cdot 10^7 \text{ m/s} \cdot 3,55 \cdot 10^{-9} \text{ s} - \frac{2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 \cdot (3,55 \cdot 10^{-9} \text{ s})^2}{2} = 1,9 \text{ cm}.$$

Glede na to, da smo izračunali  $h_{max}$  večji od 1 cm, naloga ni smiselno zastavljena. Pri napetosti  $U = 340 \text{ V}$ , ki bi bila potrebna, da elektron izstopi iz kondenzatorja kakor zahteva naloga, bi se na poti skozi kondenzator elektron zabil v zgornjo ploščo!

Za preizkus narišimo v merilu tir elektrona skozi kondenzator ob izračunani napetosti oz. pospešku  $a_y = 2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$ !

Koordinati sistem postavimo kakor je narisano na spodnji sliki. Izhodišče je v točki, kjer elektron vztopi v kondenzator. Koordinati  $x$  (enakomerno gibanje) in  $y$  (konstanten pojemek  $a_y$  navzdol) se s časom spreminjata kakor:

$$x(t) = v_x t, \quad (2)$$

$$y(t) = v_{y0} t - \frac{a_y t^2}{2}. \quad (3)$$

Tir  $x(y)$  lahko narišemo tako, da izračunamo pare točk  $(x, y)$  za različne čase med  $t = 0$  in  $10 \text{ ns}$ , kolikor približno traja prelet skozi kondenzator.

Lahko pa iz enačbe (2) izrazimo čas  $t$  in ga vstavimo v enačbo (3). Dobimo neposredno zvezo med  $x$  in  $y$ :

$$y(x) = \frac{v_{y0}}{v_x} x - \frac{a_y}{2 v_x^2} x^2 = (\tan \alpha) x - \frac{a_y}{2 v_x^2} x^2 \quad (4)$$

Pričakovano je to parabola, kakor pri vodoravnem metu. Le, da je v tem primeru pospešek  $a_y$  veliko večji od težnega pospeška  $g$ .

Zamenjajmo vrstni red členov v enačbi (4) in vstavimo vrednosti. Hitrost  $v_x = v_0 \cos \alpha = 13,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ . Dobimo:

$$y(x) = -\frac{2,96 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2}{2 \cdot (13,4 \cdot 10^6 \text{ m/s})^2} x^2 + \tan 38^\circ x = -0,0824 \text{ cm}^{-1} x^2 + 0,781 x. \quad (5)$$

Funkcijo, ki jo opisuje enačba (5) narišemo npr. s prostodostopnim programom WolframAlpha.com. Ukaz, ki ga napišemo v ukazno vrstico, vidimo na spodnji sliki, kjer je tudi narisana tirnica, kot jo izriše WolframAlpha. Tekst z zeleno barvo smo dodali pozneje v programu Risar.

plot  $-0.0824x^2 + 0.781x$ , x from 0 to 13



 Extended Keyboard

 Upload

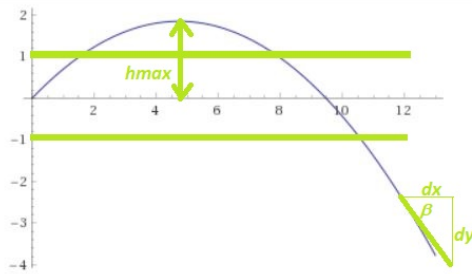
 Examples

 Random

Input interpretation:

plot  $-0.0824x^2 + 0.781x$   $x = 0$  to  $13$

Plot:



Vidimo, da smo prav izračunali največjo višino  $h_{max} = 1,9$  cm, saj tudi s slike odčitamo enako vrednost  $h_{max}$ . Očitno elektron zadene zgornjo ploščo kondenzatorja. Tudi, če ne bi zadel zgornje plošče, bi zadel spodnjo ploščo, še preden bi priletel iz kondenzatorja.

Pokažimo še, da je naklon tirnice pri  $x = b = 12$  cm (ob izhodu iz kondenzatorja) res enak  $-50^\circ$ . Tangens kota  $\beta$  je razmerje  $dy/dx$ , ki ga dobimo z odvajanjem funkcije (5):

$$\frac{dy}{dx} = -0,1648 \text{ cm}^{-1} x + 0,781.$$

Vstavimo  $x = 12$  cm in dobimo

$$\frac{dy}{dx} = -1,20.$$

Kot  $\beta$  je enak  $\arctan(-1,20) = -50^\circ$ , kakor mora biti.

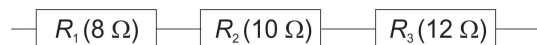
4. **naloga:** Koliko različnih nadomestnih upornosti lahko sestavimo s tremi uporniki  $R_1 = 8\Omega$ ,  $R_2 = 10\Omega$  in  $R_3 = 12\Omega$ ? (2 točki)

Izračunaj posamezne nadomestne upornosti! (8 točk)

Rešitev:

Ni popolnoma jasno ali avtor naloge zahteva, da vsakič uporabimo vse tri upornike. Vzemimo, da je tako mišljena naloga.

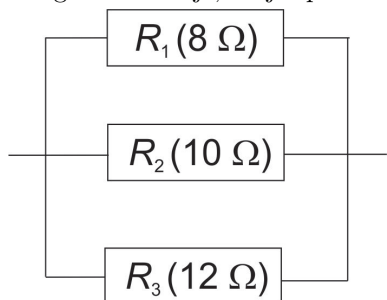
- Ena od možnosti je, da zvežemo vse tri upore zaporedno, kakor je prikazano na spodnji sliki.



Nadomestni upor za to vezavo izračunamo po formuli za zaporedno vezavo:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 30\Omega.$$

- Druga možnost je, da jih povežemo vzporedno, kakor je narisano na spodnji sliki.

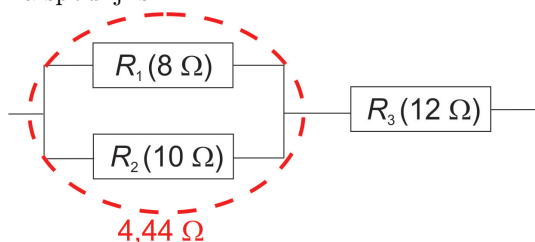


Nadomestni upor za to vezavo izračunamo po formuli za vzporedno vezavo:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Dobimo  $R = 3,24 \Omega$ .

- Tretja možnost je, da dva zvežemo vzporedno, tretjega pa zaporedno k prvima dvema, kakor je narisano na spodnji sliki.



Najprej izračunamo nadomestni upor za vzporedno vezana upornika

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Dobimo  $R_{12} = 4,44 \Omega$ . Ta nadomestni upor je zaporedno vezan z  $R_3$ , zato je skupni nadomestni upor enak

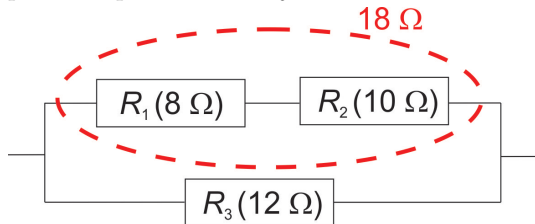
$$R = R_{12} + R_3 = 16,44 \Omega.$$

Podobno lahko sestavimo še dve vezji.

Enkrat postavimo  $R_1$  in  $R_3$  vzporedno, ter  $R_2$  zaporedno. Dobimo skupni upor enak  $14,80 \Omega$ .

Drugič pa vezemo vzporedno  $R_2$  in  $R_3$ , ter  $R_1$  zaporedno. Dobimo skupni upor enak  $13,45 \Omega$ .

- Do zdaj smo pridelali pet različnih vezav. Dodamo lahko še tri, kjer sta dva upora vezana zaporedno in potem vzporedno s tretjim. Ena od teh možnosti je narisana na spodnji sliki.



Njen nadomestni upor je

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{18 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega},$$

$$R = 7,20 \Omega.$$

Z ostalima dvema kombinacijama dobimo še skupna upora  $5,45 \Omega$  in  $6,67 \Omega$ .

S tem smo izčrpali vse možnosti. Teh je torej  $1 + 1 + 3 + 3 = 8$ .

5. **naloga:** Tok  $I = 15 \text{ A}$  teče po bakreni žici s premerom  $2r = 0,35 \text{ mm}$ . Za koliko stopinj ( $\Delta T$ ) se poveča temperatura žice v časovnem intervalu  $\Delta t = 6,45 \text{ s}$ , če izgubo energije v okolico zanemarimo? (Podatki za baker:  $\rho_{\text{Cu}} = 8,9 \text{ g/cm}^3$ ,  $\zeta_{\text{Cu}} = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ,  $c_{\text{Cu}} = 380 \text{ J/(kg K)}$ ).

Rešitev:

Izračunali bomo kolikšen je upor (ta je odvisen tudi od dolžine žice  $l$ , ki je ne poznamo, a se bo izkazalo, da rezultat ni odvisen od dolžine žice in se bo  $l$  pokrajšal) žice, potem električna moč  $P$ , ki se troši v žici, ko skozi njo teče tok  $I$ . Nazadnje se sproščena toplota  $Q = P \Delta t$  porabi za segrevanje žice ( $m c_{\text{Cu}} \Delta T$ ).

Upor žice z dolžino  $l$  je:

$$R = \frac{\zeta_{\text{Cu}} l}{S} = \frac{\zeta_{\text{Cu}} l}{\pi r^2}.$$

Električna moč, ki se troši na uporu, je

$$P = UI = RI^2 = \frac{\zeta_{\text{Cu}} l}{\pi r^2} I^2.$$

Izenačimo sproščeno toploto s toploto, ki je potrebna, da se snov z maso  $m$  (upornik) segreje za  $\Delta T$ :

$$P \Delta t = m c_{\text{Cu}} \Delta T$$

Maso  $m$  izračunamo kot produkt gostote in prostornine  $V = \pi r^2 l$ :

$$\frac{\zeta_{\text{Cu}} l}{\pi r^2} I^2 \Delta t = \rho_{\text{Cu}} \pi r^2 l c_{\text{Cu}} \Delta T.$$

Vidimo, da se v tem koraku pokrajša dolžina žice  $l$ . To pa zato, ker je moč, ki se sprošča na uporu, sorazmerna dolžini  $l$ . Prav tako pa za daljšo žico potrebujemo več dovedene toplote (sorazmerno masi žici, torej tudi dolžini  $l$ ), zato je sprememba temperatura nazadnje neodvisna od dolžine žice.

Izrazimo in izračunamo spremembo temperature:

$$\Delta T = \frac{\zeta_{\text{Cu}} I^2 \Delta t}{\pi^2 r^4 \rho_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}}} = \frac{0,017 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}^2/\text{m} \cdot (15 \text{ A})^2 \cdot 6,45 \text{ s}}{\pi^2 \cdot (0,175 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4 \cdot 8900 \text{ kg/m}^3 \cdot 380 \text{ J/(kg K)}} = 788 \text{ K}.$$

Žička se očitno zelo segreje, a se ne stali, če je pred tem bila pri sobni temperaturi. Tališče bakra je namreč pri  $1084^\circ\text{C}$ . Enote smo preverili tako, da smo upoštevali  $\Omega = \text{V/A}$ , in  $\text{A Vs} = \text{J}$ , ki se potem pokrajša z julom v imenovalcu.