Naloge iz toplote, Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

1. **S kolikšne višine moramo spustiti kepo svinca, da se ogreje za $\Delta T = 2\,^\circ\mathrm{C}$? Specifična toplota svinca je $c = 540\,\mathbf{J/kg\,K}$.**

   Vzemimo, da je kepa svinca z maso "m"na višini h nad tlemi. Naj na začetku miruje, njena kinetična energija je enaka 0.

   Ko jo spustimo, da pada, se potencialna energija spreminja v kinetično. Zanemarimo delo, ki ga opravlja sila zračnega upora. V tem primeru (če zračni upor zanemarimo) kinetična energija naraste ravno za toliko, za koliko se zmanjša potencialna.

   Tik preden kepa udari ob tla, ima kepa kinetično energijo, ki je enaka spremembi potencialne, to je $m\,g\,h$.

   Potem udari ob tla. Če bi namesto svinca imeli popolnoma elastično žogo, bi se tej le spremenila smer hitrosti in bi se od tal odbila tako, da bi imela enako kinetično energijo, kakor tik pred trkom.

   S svincem ni tako. Ta se deformira, segreje in obleži na tleh. Kinetična energija se spremeni v notranjo energijo tako kepe, kakor tal. V resnici se oba (kepa in tla) nekoliko segrejeta. Ker naloga nič ne pove kolikšen del kinetične energije tik pred padcem, prevzamejo tla, računajmo, kakor da tla ne prevzamejo nič energije.

   V tem približku je sprememba notranje energije kepe $\Delta W_n = m\,c\,\Delta T$ enaka kinetični energiji tik pred trkom $m\,g\,h$.

   Izenačimo:
   $$m\,c\,\Delta T = m\,g\,h$$
   in dobimo
   $$h = \frac{c\,\Delta T}{g} = \frac{540\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot 2\,\mathrm{K}}{9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 110\,\mathrm{m}.$$
   Pri pretvorbi iz °C v K smo upoštevali, da gre za spremembo temperature. Ker so razdelki na obeh skalah enaki (premaknjeno je le izhodišče skale) je sprememba temperature $2\,^\circ\mathrm{C}$ enaka $2\,\mathrm{K}$. Pri preverjanju enot moramo enoto za energijo, J, izpisati kot $\mathrm{J} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$.

2. **Kos ledu segrevamo tako, da se stali. Imammo $m = 1\,\mathrm{kg}$ ledu pri temperaturi $-15\,^\circ\mathrm{C}$. Koliko časa ga moramo segrevati, da se stali? Za segrevanje uporabimo grelec z močjo $P = 500\,\mathrm{W}$.**

   Led moramo najprej segreti na $0\,^\circ\mathrm{C}$. Za to mu moramo dovesti
   $$Q_1 = m\,c\,\Delta T = 1\,\mathrm{kg} \cdot 2100\,\mathrm{J\,kg^{-}\ \ K^{-1}} \cdot 15\,\mathrm{K} = 31{,}5\,\mathrm{kJ}$$
   toplote. Upoštevali smo, da je specifična toplota ledu enaka $2100\,\mathrm{J/(kg\,K)}$ in, da je **sprememba** temperature $15\,^\circ\mathrm{C}$ prav tako $15\,\mathrm{K}$. Zadnje je razloženo že pri prejšnji nalogi.

   Led je zdaj pri temperaturi $0\,^\circ\mathrm{C}$ in se lahko tali. Da stalimo ves led, mu moramo dovesti
   $$Q_2 = m\,q_t = 1\,\mathrm{kg} \cdot 333\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} = 333\,\mathrm{kJ}.$$
   Upoštevali smo, da je specifična talilna toplota ledu enaka $333\,\mathrm{kJ/kg}$.

   Skupaj moramo torej ledu, ki je ohlajen na $-15\,^\circ\mathrm{C}$, dovesti
   $$Q = Q_1 + Q_2 = 364{,}5\,\mathrm{kJ}$$
   toplote, da se v celoti stali.

   To toploto moramo dovesti z grelcem. Ta dela z močjo P in v času t dovede $Q = P\,t$ toplote. Ker mora grelec sprosti $Q = 364{,}5\,\mathrm{kJ}$ toplote, mora delati
   $$t = \frac{Q}{P} = \frac{364{,}5\,\mathrm{kJ}}{500\,\mathrm{W}} = 729\,\mathrm{s} = 12\,\mathrm{min\ in\ } 9\,\mathrm{s}.$$

Ko se ves led stali, grelec izklopimo in dolijemo $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$ vode s temperaturo $20\,°\mathrm{C}$. Kolikšna je zmesna temperatura?

Označimo maso vode, ki je nastala iz ledu, z $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$. Ta ima temperaturo $T_1 = 0\,°\mathrm{C}$. V to hladno vodo vlijemo $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$ vode s temperaturo $T_2 = 20\,°\mathrm{C}$. Očitno bo končna temperatura nekje med $0\,°\mathrm{C}$ in $20\,°\mathrm{C}$. V tem primeru, ko mešamo dve enaki snovi, bi lahko zmesno temperaturo izračunali skoraj napamet. Bližje bo temperaturi, ki jo ima večja količina vode.

Označimo končno, to je zmesno temperaturo, s T_x.

Hladni vodi moramo dovesti toploto

$$Q = m_1\, c\,(T_x - T_1).$$

To toploto hladna voda udvzame topli vodi:

$$Q = m_2\, c\,(T_2 - T_x).$$

Ker v zadnjih dveh enačbah nastopa **razlika** temperatur, je vseeno ali vanjo vstavimo temperaturo v Celzijevi ali Kelvinovi skali. Izenačimo enačbi in izrazimo:

$$T_x = \frac{m_1\,T_1 + m_2\,T_2}{m_1 + m_2} = \frac{T_1 + \frac{m_2}{m_1}T_2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{0\,°\mathrm{C} + 2\cdot 20\,°\mathrm{C}}{1+2} = \frac{2}{3}\cdot 20\,°\mathrm{C} = 13{,}3\,°\mathrm{C}.$$

Upoštevali smo, da je $m_2/m_1 = 2$.

3. **Temperatura na zunanji površini stene z debelino $d = 10\,\mathrm{cm}$ je $5\,°\mathrm{C}$, na notranji strani pa $20\,°\mathrm{C}$. Toplotna prevodnost opeke je $\lambda = 0{,}6\,\mathrm{W/mK}$. Toplotni tok je $P = 720\,\mathrm{W}$. Kolikšna je površina stene?**

Zako o prevajanju toplote pravi

$$P = \frac{\lambda\, S\, \Delta T}{d}.$$

Razlika temperature ΔT je razlika med temperaturama na obeh straneh površine stene. V tem primeru je ta razlika $\Delta T = 15\,\mathrm{K}$.

Iz zakona o prevajanju toplote izrazimo pvršino S, saj vse ostale količine poznamo. Dobimo

$$S = \frac{P\,d}{\lambda\,\Delta T} = \frac{720\,\mathrm{W}\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}}{0{,}6\,\mathrm{W/mK}\cdot 15\,\mathrm{K}} = 8\,\mathrm{m}^2.$$

Koliko debelo plast stiropora s toplotono prevodnostjo $0{,}04\,\mathrm{W/mK}$ bi morali dodati steni, da bi toplotni tok zmanjšali na polovico?

Veliko je različnih poti do rezultata. Predpostavljam, da se niste učili o toplotnem uporo, zato bom ubral naslednjo razlago.

Toplotni tok skozi steno mora po novem biti enak $P = 360\,\mathrm{W}$. Takšen toplotni tok teče skozi opeko (vzemimo, da je ta na topli strani, običajno je namreč izolacija zunaj) in skozi izolacijo.

Ker skozi opeko zdaj teče pol manjši toplotni tok, bo ob enaki debelini oeke, enaki površini in enaki toplotni prevodnosti opeke kakor prej, sprememba temperature na opeki pol manjša! Tega niti ni potrebno računati, saj gre napamet. Sicer bi pa lahko izračunali $\Delta T_{opeka} = \frac{P\,d}{\lambda\,S}$. Če izračunamo ali sklepamo napamet, dobimo $\Delta T_{opeka} = 7{,}5\,\mathrm{K}$.

Ker je celotna sprememba temperature enaka $15\,\mathrm{K}$, tudi na plasti stiropora pade temperatura za $\Delta T = 7{,}5\,\mathrm{K}$. Za plast stiropora torej poznamo $S = 8\,\mathrm{m}^2$, $\lambda = 0{,}04\,\mathrm{W/mK}$, $\Delta T = 7{,}5\,\mathrm{K}$. Iz zakona o prevajanju toplote

$$P = \frac{\lambda\, S\, \Delta T}{d}$$

izrazimo

$$d_{stiropor} = \frac{\lambda\, S\, \Delta T}{P} = \frac{0{,}04\,\mathrm{W/mK}\cdot 8\,\mathrm{m}^2\cdot 7{,}5\,\mathrm{K}}{360\,\mathrm{W}} = 0{,}00667\,\mathrm{m} = 0{,}67\,\mathrm{cm}.$$